

Krzysztof Kłaczko, Marcin Kurczab, Elżbieta Świda

Matematyka  
Program nauczania w liceach i technikach  
Zakres podstawowy

Oficyna Edukacyjna \* Krzysztof Pazdro

Minister Edukacji Narodowej i Sportu dopuszcza do użytku szkolnego *Program nauczania matematyki w liceum ogólnokształcącym, liceum profilowanym i technikum. Zakres podstawowy* autorstwa Krzysztofa Kłaczkowa, Marcina Kurczaba, Elżbiety Świdry przeznaczony dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum, recenzowany przez mgr. Jacka Stańdo, mgr Kingę Gałązkę, mgr. Piotra Bejnar-Bejnarowicza i dr Krystynę Długosz-Kurczabową.

Nr dopuszczenia: DKOS-4015-11/02

Projekt okładki  
Stefan Drewiczewski, FOQS

Skład i łamanie  
Eryk Krawczyński

Redaktor  
Zofia Zienkiewicz

Nadzór edytorski  
Magdalena Hamid

© Copyright by Oficyna Edukacyjna \* Krzysztof Pazdro Sp. z o.o.  
Warszawa 2002 r.

Druk i oprawa  
Przedsiębiorstwo Wydawniczo-Poligraficzne „GRYF“ SA  
Ciechanów, ul. Sienkiewicza 51

Oficyna Edukacyjna \* Krzysztof Pazdro Sp. z o.o.  
ul. Kościańska 4, 01-695 Warszawa  
pazdro@pazdro.com.pl  
www.pazdro.com.pl

ISBN 83-89023-04-0

# Spis treści

I. Wstęp . . . . .	5
II. Założenia generalne . . . . .	5
III. Ogólne cele edukacyjne . . . . .	5
IV. Ramowy rozkład materiału . . . . .	7
V. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów . . . . .	8
Klasa I . . . . .	8
Klasa II . . . . .	13
Klasa III . . . . .	16
VI. Procedury osiągania celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów . . . . .	18

## Informacje o autorach programu

Dr **Krzysztof Klaczkow** – pracownik naukowo-dydaktyczny Uniwersytetu Łódzkiego, a obecnie Akademii Medycznej w Warszawie; wieloletni nauczyciel matematyki w warszawskich liceach ogólnokształcących; wśród jego uczniów są laureaci olimpiad i konkursów matematycznych dla uczniów szkół średnich; ma III stopień specjalizacji zawodowej w zakresie nauczania matematyki; współpracownik czasopism matematycznych; współautor matematycznego cyklu podręczników i zbiorów zadań dla uczniów 3-letniego gimnazjum oraz dla uczniów 4-letniego liceum ogólnokształcącego.

Mgr **Marcin Kurczab** – nauczyciel matematyki warszawskiego liceum ogólnokształcącego; autor i redaktor merytoryczny publikacji matematycznych; wśród jego uczniów są laureaci konkursów matematycznych dla szkół średnich; współautor matematycznego cyklu podręczników i zbiorów zadań z zakresu 3-letniego gimnazjum oraz 4-letniego liceum ogólnokształcącego.

Mgr **Elżbieta Świda** – nauczycielka matematyki w warszawskich szkołach: najpierw w szkole podstawowej, a następnie w liceum ogólnokształcącym; wśród jej uczniów są laureaci i finaliści konkursów matematycznych dla uczniów szkół podstawowych; współautorka cyklu podręczników i zbiorów zadań dla 3-letniego gimnazjum oraz do 4-letniego liceum ogólnokształcącego.

## I. Wstęp

Reforma systemu edukacji wprowadziła od 1999r. nowy typ szkoły – trzyletnie gimnazjum. Gimnazja przygotowują uczniów do nauki w liceum ogólnokształcącym, w liceum profilowanym i w technikum. Podstawowym aktem prawnym określającym wszelkie działania edukacyjne jest *Podstawa programowa kształcenia ogólnego* opublikowana w rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z dnia 21.05.2001r. Wyznacza ona generalne cele edukacyjne, zadania szkoły i nauczycieli na każdym etapie kształcenia oraz zawiera podstawowe treści kształcenia. Ta właśnie *Podstawa programowa* jest punktem wyjścia do przygotowania programów nauczania poszczególnych przedmiotów lub bloków przedmiotów. Oznacza to, że na bazie tej jednej podstawy programowej może powstać wiele różnorodnych programów.

Nasz program adresujemy do tych nauczycieli, którzy będą uczyć matematyki w zakresie podstawowym w liceum ogólnokształcącym, liceum profilowanym i w technikum. Zgodnie z rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 21.05.2001r. w sprawie ramowych planów nauczania na realizację programu w zakresie podstawowym przeznaczono 9 godzin tygodniowo – w ciągu 3 lat. Na każdy zatem rok nauki przypadają 3 godziny tygodniowo. W naszym programie przedstawiamy założenia generalne i ogólne cele edukacyjne, następnie ramowy rozkład materiału, szczególnie treści kształcenia wraz z zakresem przewidywanych osiągnięć ucznia. Znakiem [...] zaznaczono treści kształcenia (oraz odpowiadające im cele edukacyjne i umiejętności), które mogą być pominięte w trakcie realizacji programu. Dalej omawiamy procedury osiągnięcia celów kształcenia oraz procedury oceniania osiągnięć uczniów. Do realizacji tego programu zalecamy podręczniki do liceum oraz zbiory zadań autorstwa K. Kłaczkowa, M. Kurczaba, E. Świdy.

## II. Założenia generalne

Program i jego realizacja opierają się na następujących założeniach generalnych:

- 1) Uczeń jest osobą, a nie tylko obiektem nauczania; jest więc usytuowany ponad programem, podręcznikiem, metodyką i wiedzą, obok nauczycieli, autorów programów i podręczników.
- 2) Matematyka choć jest spójnym i precyzyjnym sposobem interpretacji świata, to jednak nie jest dyscypliną izolowaną od innych.
- 3) Nasz *Program nauczania* zakłada aktywność oraz indywidualizm nauczyciela, który będzie go realizował.

## III. Ogólne cele edukacyjne

Matematyka to nauka rozwijająca się od starożytności po czasy współczesne. Dostarcza narzędzi badań dla nauk przyrodniczych, technicznych, ekonomicznych i społecznych. Nic więc dziwnego, że jest jednym z głównych składników wykształcenia współczesnego człowieka.

Matematyka stymuluje rozwój intelektualny młodego człowieka, pobudza jego aktywność umysłową, rozwija zdolności poznawcze, a także uczy dobrej organizacji pracy, wyrabia dociekliwość i krytycyzm.

Rola nauczyciela polega na pokazywaniu uczniom, że umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania człowieka, zarówno w rodzinie (np. planowanie wydatków), jak i w społeczeństwie (np. orientacja w systemie podatkowym i budżecie państwa), czy w dziedzinie sztuki (np. kanon w rzeźbie i architekturze klasycznej).

Opracowany przez nas program ma służyć osiągnięciu następujących celów:

- w zakresie rozwoju intelektualnego ucznia (cele związane z kształceniem):
  - rozwijaniu umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem,
  - rozwijaniu umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji,
  - opanowaniu umiejętności potrzebnych do oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia,
  - wykształceniu umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowaniu metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych,
  - rozwinięciu wyobraźni przestrzennej,
  - nabyciu umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej,
  - rozwijaniu zdolności i zainteresowań matematycznych,
  - rozwijaniu pamięci,
  - rozwijaniu logicznego myślenia,
  - wykształceniu umiejętności operowania obiektami abstrakcyjnymi,
  - precyzyjnemu formułowaniu wypowiedzi,
  - pobudzeniu aktywności umysłowej uczniów,
  - nabyciu umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania,
- w zakresie kształtowania postaw (cele związane z wychowaniem):
  - kształtowaniu odpowiedzialności za powierzone zadania,
  - kształtowaniu postawy dialogu i kultury dyskusji (komunikacja),
  - kształtowaniu wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
  - wyrabianiu systematyczności w pracy,
  - kształtowaniu pozytywnych postaw etycznych (piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w tzw. ściąganiu, podpowiadaniu itp.),
  - nabyciu umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
  - rozwijaniu umiejętności pracy w zespole,
  - kształtowaniu postaw dociekliwych, poszukujących i krytycznych,
  - dbaniu o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.).

## IV. Ramowy rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

Rok szkolny liczy ok. 37 tygodni. Zakładając, że w każdym tygodniu uczeń ma 3 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji ok. 111 godzin. Zdający nową maturę zakończą zajęcia z końcem marca. Dla nich rok szkolny trwa zatem ok. 26 tygodni, co daje ok. 78 godzin lekcji matematyki.

Klasa I – 111 godzin [101 godz. + 10 godz. do dyspozycji nauczyciela]

1.	Elementy logiki matematycznej	8
2.	Zbiory (w tym zbiory liczbowe)	25
3.	Podstawowe własności figur geometrycznych na płaszczyźnie – cz.I.	8
4.	Wektory	6
5.	Funkcja i jej własności	17
6.	Symetria środkowa, osiowa, przesunięcie równoległe, obrót	5
7.	Przekształcenia wykresów funkcji	3
8.	Trygonometria	15
9.	Funkcja linowa	14

Klasa II – 111 godzin [99 godz. + 12 godz. do dyspozycji nauczyciela]

1.	Podstawowe własności figur geometrycznych na płaszczyźnie– cz. II.	15
2.	Funkcja kwadratowa	20
3.	Wielomiany	22
4.	Funkcje wymierne	14
5.	Ciągi	18
6.	Pola figur	6
7.	Twierdzenie Talesa	4

Klasa III – 78 godziny [55 godz. + 23 godz. do dyspozycji nauczyciela]

1.	Jednokładność i podobieństwo	6
2.	Stereometria	17
3.	Kombinatoryka	10
4.	Rachunek prawdopodobieństwa	15
5.	Elementy statystyki opisowej	7

## V. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów

### Klasa I

L.p.	Tematyka zajęć	Cele edukacyjne	Założone osiągnięcia ucznia
1.	<p><b>Elementy logiki matematycznej</b> – 8 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcie zdania w logice; negacja zdania;</li> <li>koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań;</li> <li>niektóre prawa logiczne i ich zastosowania;</li> <li>forma zdaniowa jednej zmiennej;</li> <li>kwantyfikator ogólny i szczegółowy, negacja zdania z kwantyfikatorem.</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>pozna zdania proste i złożone;</li> <li>pozna funktory logiczne;</li> <li>pozna podstawowe prawa logiki, takie jak negacja alternatywy, koniunkcji i implikacji;</li> <li>pozna formy zdaniowe (w tym sprzeczne i tożsamościowe);</li> <li>pozna kwantyfikatory ogólny i szczegółowy oraz nauczy się negować zdania z kwantyfikatorem.</li> </ul>	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną;</li> <li>posługiwać się funktorami logicznymi;</li> <li>negować zdanie;</li> <li>budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną;</li> <li>stosować poznane prawa logiczne;</li> <li>negować zdanie z kwantyfikatorem;</li> <li>odróżniać zdanie od formy zdaniowej;</li> <li>odróżniać definicję od twierdzenia;</li> <li>wykorzystać język matematyki w komunikowaniu się.</li> </ul>
2.	<p><b>Zbiory</b> – 25 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>zbiór; suma, różnica i iloczyn zbiorów;</li> <li>zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory; prawa działań w <math>\mathbf{R}</math>;</li> <li>przypomnienie działań na potęgach o wykładniku całkowitym; wzory skróconego mnożenia;</li> <li>potęga o wykładniku wymiernym;</li> <li>pojęcie błędu przybliżenia; szacowanie wartości liczbowych;</li> <li>obliczenia procentowe (w tym diagramy);</li> <li>przedziały liczbowe i działania na nich;</li> <li>wartość bezwzględna liczby rzeczywistej; interpretacja geometryczna; proste równania i nierówności z wartością bezwzględną;</li> <li>średnia arytmetyczna, geometryczna i harmoniczna.</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór nieskończony, element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;</li> <li>zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów (<math>\in</math>, <math>\subset</math>, <math>\cap</math>, <math>\cup</math>, <math>-</math>);</li> <li>pozna pojęcie sumy, różnicy i iloczynu zbiorów;</li> <li>[pozna własności działań na zbiorach];</li> <li>przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych;</li> <li>pozna relacje, jakie zachodzą między podzbiarami zbioru liczb rzeczywistych;</li> <li>przypomni sobie prawa działań w zbiorze <math>\mathbf{R}</math>;</li> <li>przypomni sobie prawa działań na potęgach o wykładnikach całkowitych i pierwiastkach;</li> </ul>	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów;</li> <li>wyznaczać część wspólną, sumę, różnicę i dopełnienie zbiorów;</li> <li>planować i wykonywać obliczenia;</li> <li>porównywać liczby wymierne;</li> <li>przedstawiać liczby wymierne w różnych postaciach (ułamek zwykły, liczba dziesiętna);</li> <li>wyznaczać przybliżenia danej liczby z zadaną dokładnością;</li> <li>szacować wyniki z daną dokładnością;</li> <li>sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia;</li> <li>wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych;</li> <li>usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna nowe wzory skróconego mnożenia;</li> <li>• pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym;</li> <li>• nauczy się przybliżać wartości liczbowe i szacować błąd przybliżenia;</li> <li>• przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami;</li> <li>• będzie kształtować umiejętności odczytywania diagramów procentowych, kołowych i słupkowych oraz budowania ich;</li> <li>• pozna pojęcie przedziału liczbowego;</li> <li>• nauczy się znajdować sumę, różnicę, iloczyn i dopełnienie przedziałów liczbowych;</li> <li>• pozna pojęcie wartości bezwzględnej liczby;</li> <li>• przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej i harmonicznej.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować w praktyce prawa działań;</li> <li>• posługiwać się procentem w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>• oceniać zmianę wielkości, jaka nastąpiła;</li> <li>• porównywać wielkości;</li> <li>• wykonywać działania na potęgach i pierwiastkach;</li> <li>• odczytywać dane z tabel i diagramów statystycznych;</li> <li>• przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów</li> <li>• przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;</li> <li>• posługiwać się pojęciem wartości bezwzględnej;</li> <li>• interpretować wartość bezwzględną na osi liczbowej;</li> <li>• rozwiązywać proste równania i nierówności z wartością bezwzględną;</li> <li>• obliczać średnie.</li> </ul>
3.	<p><b>Podstawowe własności figur geometrycznych na płaszczyźnie</b>, cz. I – 8 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• punkty, proste, odcinki, półproste, figury wypukłe, wklęsłe;</li> <li>• odległość;</li> <li>• figury ograniczone, nieograniczone;</li> <li>• kąty;</li> <li>• położenie prostych na płaszczyźnie;</li> <li>• łamana, wielokąt, trójkąty – klasyfikacja;</li> <li>• środkowe trójkąta;</li> <li>• przystawanie trójkątów;</li> <li>• zależności między bokami i kątami w trójkącie;</li> <li>• nierówność trójkąta;</li> <li>• twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą;</li> <li>• suma kątów w trójkącie;</li> <li>• symetralne boków w trójkącie;</li> <li>• dwusieczne kątów w trójkącie;</li> <li>• wysokości w trójkącie.</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna pojęcie figury wklęsłej i wypukłej;</li> <li>• pozna definicję odległości;</li> <li>• pozna pojęcie figury ograniczonej i nieograniczonej;</li> <li>• przypomni sobie wiadomości o kątach (kąty proste, ostry, rozwarty, kąty przyległe, wierzchołkowe);</li> <li>• przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie i pojęcie odległości punktu od prostej;</li> <li>• pozna definicję łamanej i wielokąta;</li> <li>• przypomni sobie klasyfikację trójkątów ze względu na boki i kąty;</li> <li>• pozna twierdzenia o środkowych w trójkącie;</li> <li>• przypomni sobie cechy przystawiania trójkątów;</li> <li>• pozna zależności między bokami i kątami w trójkącie;</li> <li>• pozna twierdzenia o dwóch prostych równoległych przeciętych trzecią prostą;</li> </ul>	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami;</li> <li>• wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych);</li> <li>• konstruować proste prostopadłe, równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta;</li> <li>• stosować definicje i twierdzenia w rozwiązywaniu problemów.</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna twierdzenia o sumie kątów wewnętrznych trójkąta i dowolnego wielokąta wypukłego;</li> <li>• pozna twierdzenia o wysokościach, dwusiecznych i symetralnych boków w trójkącie.</li> </ul>	
4.	<b>Wektory – 6 godzin:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wektor w prostokątnym układzie współrzędnych; współrzędne wektora, dodawanie, odejmowanie i mnożenie wektora przez liczbę;</li> <li>• wektory równe, wektory przeciwne;</li> <li>• długość wektora (odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej);</li> <li>• rozwiązywanie zadań z zastosowaniem wiadomości o wektorach.</li> </ul>	<b>Uczeń:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna pojęcie wektora;</li> <li>• nauczy się obliczać współrzędne wektora na płaszczyźnie;</li> <li>• nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę (syntetycznie i analitycznie);</li> <li>• pozna pojęcie wektorów równych i przeciwnych;</li> <li>• nauczy się obliczać długość wektora.</li> </ul>	<b>Uczeń potrafi:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć współrzędne wektora i jego długość;</li> <li>• dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę (syntetycznie i analitycznie);</li> <li>• obliczyć współrzędne środka odcinka;</li> <li>• sprawnie operować wektorami w rozwiązywaniu prostych zadań z geometrii analitycznej.</li> </ul>
5.	<b>Funkcja i jej własności – 17 godzin:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie funkcji;</li> <li>• sposoby opisywania funkcji;</li> <li>• dziedzina funkcji liczbowej;</li> <li>• zbiór wartości funkcji;</li> <li>• wykresy niektórych funkcji;</li> <li>• miejsce zerowe funkcji;</li> <li>• równość funkcji;</li> <li>• [różnowartościowość funkcji];</li> <li>• funkcje monotoniczne;</li> <li>• [funkcje parzyste i nieparzyste];</li> <li>• [funkcje okresowe];</li> <li>• najmniejsza i największa wartość funkcji;</li> <li>• odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.</li> </ul>	<b>Uczeń:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• przypomni sobie pojęcie funkcji i różne sposoby jej opisywania;</li> <li>• przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina funkcji liczbowej, zbiór wartości, miejsce zerowe;</li> <li>• pozna takie pojęcia, jak: [równość funkcji, różnowartościowość,] monotoniczność, [parzystość, nieparzystość i okresowość funkcji];</li> <li>• [nauczy się badać na podstawie definicji takie własności funkcji, jak: monotoniczność, różnowartościowość, parzystość, nieparzystość];</li> <li>• pozna wykresy niektórych funkcji takich jak: <math>y = [x]</math>, <math>y = x - [x]</math>, <math>y = \text{sgn } x</math> itp.;</li> <li>• nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu oraz rysować wykresy funkcji na podstawie danych własności funkcji;</li> <li>• nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji.</li> </ul>	<b>Uczeń potrafi:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• odróżnić dowolne przyporządkowanie od przyporządkowania, które jest funkcją;</li> <li>• opisywać funkcje na różne sposoby (wzorem, tabelką, wykresem, grafem, opisem słownym);</li> <li>• wskazać wykres funkcji liczbowej;</li> <li>• wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;</li> <li>• określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady);</li> <li>• obliczyć miejsca zerowe funkcji;</li> <li>• określać z wykresu (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, monotoniczność, [różnowartościowość,] znak funkcji, wartość najmniejszą i największą, [parzystość, nieparzystość i okresowość]);</li> <li>• [zbadać na podstawie definicji niektóre własności funkcji (monotoniczność, różnowartościowość, parzystość, nieparzystość funkcji)];</li> <li>• podać opis matematyczny zagadnienia w postaci funkcji;</li> </ul>

			<ul style="list-style-type: none"> <li>• interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych itd.);</li> <li>• przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji.</li> </ul>
6.	<p><b>Symetria środkowa, osiowa, przesunięcie równoległe, obrót</b> – 5 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• symetria środkowa; środek symetrii figury; figury środkowosymetryczne;</li> <li>• symetria osiowa; oś symetrii figury; figury osiowo-symetryczne;</li> <li>• przesunięcie równoległe o wektor;</li> <li>• obrót.</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• przypomni sobie pojęcie symetrii środkowej i osiowej;</li> <li>• nauczy się rozpoznawać figury środkowo- i osiowo-symetryczne;</li> <li>• pozna pojęcie przesunięcia równoległego;</li> <li>• pozna pojęcie kąta skierowanego i obrotu;</li> <li>• nauczy się znajdować obraz figury w symetrii osiowej, środkowej, przesunięciu równoległym i obrocie.</li> </ul>	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• znajdować obraz figury w symetrii środkowej, osiowej, przesunięciu równoległym i obrocie;</li> <li>• odróżnić figury środkowo- i osiowo-symetryczne od innych figur;</li> <li>• stosować własności poznanych przekształceń izometrycznych w zadaniach.</li> </ul>
7.	<p><b>Przekształcenia wykresów funkcji</b> – 3 godziny:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształcenia wykresów funkcji <math>(S_{Ox}, S_{Oy}, S_{(0,0)}, T_{u=[a,b]})</math>.</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nauczy się przekształcać wykresy funkcji przez symetrię osiową względem osi układu współrzędnych, przez symetrię środkową o środku w początku układu współrzędnych, przesuwać równoległe wykres funkcji o podany wektor.</li> </ul>	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawnie rysować wykresy funkcji, stosując poznane przekształcenia.</li> </ul>
8.	<p><b>Trygonometria</b> – 15 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• funkcje trygonometryczne w trójkącie prostokątnym;</li> <li>• rozwiązywanie zadań z geometrii płaskiej z zastosowaniem trygonometrii;</li> <li>• miara łukowa kąta;</li> <li>• definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;</li> <li>• znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu współrzędnych oraz obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych niektórych kątów;</li> <li>• podstawowe tożsamości trygonometryczne;</li> <li>• wykresy funkcji trygonometrycznych.</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna pojęcie miary łukowej i przypomni sobie wiadomości o mierze stopniowej kąta wypukłego;</li> <li>• pozna definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;</li> <li>• nauczy się stosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego w zadaniach z geometrii płaskiej;</li> <li>• pozna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;</li> <li>• nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych niektórych kątów (np.: <math>30^\circ</math>, <math>120^\circ</math>, <math>240^\circ</math> itd.) oraz</li> </ul>	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zamieniać miarę łukową kąta na miarę stopniową i odwrotnie;</li> <li>• wyznaczać funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;</li> <li>• rozwiązywać zadania geometryczne z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;</li> <li>• określić znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu współrzędnych;</li> <li>• obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;</li> </ul>

		<p>korzystać z wartości funkcji trygonometrycznych odczytanych z tablic matematycznych lub obliczonych na kalkulatorze;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;</li> <li>• nauczy się rysować wykresy funkcji trygonometrycznych.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć pozostałe wartości funkcji trygonometrycznych, jeśli jest znana jedna z nich;</li> <li>• dowodzić tożsamości trygonometrycznych;</li> <li>• rysować wykresy funkcji trygonometrycznych i na ich podstawie określać własności tych funkcji.</li> </ul>
9.	<p><b>Funkcja liniowa</b> – 14 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• podstawowe wiadomości o równaniach i nierównościach;</li> <li>• funkcja liniowa i jej własności;</li> <li>• równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych;</li> <li>• równanie liniowe i nierówność liniowa;</li> <li>• [równanie liniowe z parametrem];</li> <li>• równania i nierówności liniowe – interpretacja graficzna;</li> <li>• równanie liniowe z dwiema niewiadomymi (równanie prostej);</li> <li>• nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;</li> <li>• układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi (układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i interpretacja graficzna);</li> <li>• układy nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi (opisywanie zbiorów);</li> <li>• zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;</li> <li>• rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych.</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• przypomni sobie wiadomości dotyczące równań i nierówności;</li> <li>• przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej oraz własności funkcji liniowej (w tym proporcjonalności prostej);</li> <li>• nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe oraz prostopadłe do wykresu danej funkcji liniowej;</li> <li>• przypomni sobie, jak rozwiązujemy równania i nierówności liniowe;</li> <li>• nauczy się interpretować graficznie równania i nierówności liniowe;</li> <li>• przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;</li> <li>• nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;</li> <li>• nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;</li> <li>• będzie doskonalił umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych oraz układów równań.</li> </ul>	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• sporządzać wykres funkcji liniowej i odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;</li> <li>• sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz opisać i zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>• znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;</li> <li>• wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej prostej;</li> <li>• rozwiązywać równania i nierówności z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie;</li> <li>• rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą oraz układów równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;</li> <li>• układać zadania tekstowe do podanych równań i nierówności liniowych i układów równań;</li> <li>• stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;</li> <li>• graficznie przedstawiać równania i nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi;</li> </ul>

			<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować własności funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informację z wykresu (wzoru), zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć).</li> </ul>
--	--	--	---

## Klasa II

L.p.	Tematyka zajęć	Cele edukacyjne	Założone osiągnięcia ucznia
1.	<b>Podstawowe własności figur geometrycznych na płaszczyźnie, cz. II – 15 godzin:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• koło i okrąg;</li> <li>• wzajemne położenie prostej i okręgu;</li> <li>• kąty w kole;</li> <li>• czworokąty (trapezy, równoległoboki, trapezoidy);</li> <li>• wielokąty wpisane w okrąg i opisane na okręgu;</li> <li>• trójkąt wpisany w okrąg i opisany na okręgu;</li> <li>• okrąg wpisany w czworokąt;</li> <li>• okrąg opisany na czworokącie;</li> <li>• rozwiązywanie zadań z zastosowaniem wiadomości o wielokątach.</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>• przypomni sobie wiadomości o kole, okręgu, wzajemnym położeniu prostej i okręgu oraz dwóch okręgów;</li> <li>• przypomni sobie pojęcie kąta wpisanego i środkowego oraz twierdzenia o kątach w kole;</li> <li>• przypomni sobie klasyfikację czworokątów;</li> <li>• przypomni sobie niektóre własności czworokątów;</li> <li>• pozna twierdzenie o linii środkowej w trapezie;</li> <li>• pozna twierdzenia o okręgu wpisanym i opisanym na wielokącie (trójkącie, czworokącie).</li> </ul>	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> <li>• określać wzajemne położenie prostej i okręgu oraz dwóch okręgów;</li> <li>• posługiwać się własnościami kątów w kole;</li> <li>• konstruować styczną do okręgu, okrąg wpisany i opisany na trójkącie;</li> <li>• posługiwać się własnościami wielokątów;</li> <li>• stosować poznane twierdzenia o wielokątach w rozwiązywaniu problemów;</li> <li>• stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych.</li> </ul>
2.	<b>Funkcja kwadratowa – 20 godzin:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• jednomian stopnia drugiego, trójmian kwadratowy;</li> <li>• postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej;</li> <li>• miejsca zerowe i postać iloczynowa trójmianu kwadratowego;</li> <li>• badanie trójmianu kwadratowego;</li> <li>• równania kwadratowe;</li> <li>• nierówności kwadratowe;</li> <li>• zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;</li> <li>• zastosowanie funkcji kwadratowej do analizowania zjawisk z życia codziennego.</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;</li> <li>• nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci kanonicznej i iloczynowej;</li> <li>• nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;</li> <li>• pozna zasadę rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych i ich interpretację graficzną;</li> <li>• będzie doskonalił umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych prowadzących do równań i nierówności kwadratowych;</li> </ul>	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> <li>• odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji;</li> <li>• narysować wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu;</li> <li>• napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;</li> <li>• sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na drugą (postać kanoniczna, iloczynowa i ogólna);</li> <li>• sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie;</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</li> <li>• nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej i własności funkcji do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;</li> <li>• nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do analizowania zjawisk z życia codziennego;</li> <li>• nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowej.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;</li> <li>• znaleźć największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</li> <li>• rozwiązywać zadania optymalizujące z wykorzystaniem własności funkcji kwadratowej;</li> <li>• przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;</li> <li>• przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;</li> <li>• opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej;</li> <li>• sprawnie posługiwać się językiem matematycznym i symboliką matematyczną.</li> </ul>
3.	<p>Wielomiany – 22 godziny:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• definicja wielomianu stopnia <math>n</math> (<math>n \in \mathbf{N}_+</math>) jednej zmiennej rzeczywistej;</li> <li>• równość wielomianów;</li> <li>• działania arytmetyczne na wielomianach;</li> <li>• pierwiastek wielomianu; twierdzenie Bezoute'a i jego zastosowanie; wielokrotny pierwiastek wielomianu;</li> <li>• rozkład wielomianu na czynniki;</li> <li>• równania wielomianowe;</li> <li>• wykresy niektórych wielomianów, nierówności wielomianowe;</li> <li>• zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych.</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna definicję wielomianu stopnia <math>n</math> (<math>n \in \mathbf{N}_+</math>) jednej zmiennej rzeczywistej;</li> <li>• pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;</li> <li>• pozna takie działania na wielomianach, jak: dodawanie, odejmowanie i mnożenie;</li> <li>• nauczy się dzielić wielomian przez wielomian;</li> <li>• pozna pojęcie pierwiastka wielokrotnego wielomianu;</li> <li>• pozna twierdzenie Bezoute'a i nauczy się je stosować;</li> <li>• pozna twierdzenie o reszcie i nauczy się je stosować;</li> <li>• pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, wzorów skróconego mnożenia, metoda grupowania wyrazów);</li> <li>• nauczy się rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;</li> <li>• posiędzie umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych prowadzących do równań i nierówności wielomianowych;</li> </ul>	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;</li> <li>• sprawnie wykonywać działania arytmetyczne na wielomianach;</li> <li>• sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki;</li> <li>• sprawnie rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;</li> <li>• rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych;</li> <li>• rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów stosując poznane definicje i twierdzenia;</li> <li>• posługiwać się językiem matematycznym i symboliką matematyczną.</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, w rozwiązaniu których będzie posługiwał się poznanymi twierdzeniami i definicjami.</li> </ul>	
4.	<b>Funkcje wymierne – 14 godzin:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>definicja funkcji wymiernej; dziedzina funkcji wymiernej;</li> <li>działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie);</li> <li>funkcja homograficzna i jej własności;</li> <li>równania i nierówności wymierne.</li> </ul>	<b>Uczeń:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>pozna definicję funkcji wymiernej;</li> <li>nauczy się skracać, rozszerzać, dodawać, odejmować mnożyć i dzielić wyrażenie wymierne;</li> <li>nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;</li> <li>pozna funkcję homograficzną;</li> <li>nauczy się rysować wykresy funkcji homograficznych;</li> <li>nauczy się opisywać własności funkcji homograficznej na podstawie jej wykresu;</li> <li>nauczy się rozwiązywać zadania z wykorzystaniem własności funkcji homograficznej;</li> <li>nauczy się rozwiązywać równania i nierówności wymierne.</li> </ul>	<b>Uczeń potrafi:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>odróżnić na podstawie wzoru funkcję wymierną od innej funkcji;</li> <li>sprawnie wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych;</li> <li>wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;</li> <li>podać przykład funkcji wymiernej o danej dziedzinie;</li> <li>rysować wykresy funkcji homograficznych i na ich podstawie opisywać własności funkcji;</li> <li>rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji homograficznej;</li> <li>sprawnie rozwiązywać równania i nierówności wymierne.</li> </ul>
5.	<b>Ciągi – 18 godzin:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>definicja ciągu; ciąg liczbowy;</li> <li>sposoby opisywania ciągów;</li> <li>ciągi monotoniczne;</li> <li>ciąg arytmetyczny;</li> <li>ciąg geometryczny;</li> <li>oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i składany).</li> </ul>	<b>Uczeń:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>pozna definicję ciągu;</li> <li>pozna sposoby opisywania ciągów liczbowych (wzór ogólny, wykres);</li> <li>pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać na podstawie definicji monotoniczność ciągu;</li> <li>pozna definicję ciągu arytmetycznego;</li> <li>pozna własności ciągu arytmetycznego;</li> <li>nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory (<math>n</math>-ty wyraz ciągu, suma <math>n</math>-kolejnych początkowych wyrazów ciągu, średnia arytmetyczna);</li> <li>pozna definicję ciągu geometrycznego;</li> <li>pozna własności ciągu geometrycznego;</li> <li>nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory (<math>n</math>-ty wyraz ciągu, suma <math>n</math>-kolejnych początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);</li> </ul>	<b>Uczeń potrafi:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>określać ciąg wzorem ogólnym;</li> <li>wyznaczyć dowolny wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym;</li> <li>narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;</li> <li>zbadać monotoniczność ciągu na podstawie definicji;</li> <li>badać na podstawie definicji, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;</li> <li>wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;</li> <li>wyznaczyć sumę <math>n</math>-kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego;</li> <li>rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;</li> <li>badać na podstawie definicji, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna pojęcie procentu prostego i składanego;</li> <li>• nauczy się obliczać oprocentowanie lokat i kredytów.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczać ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;</li> <li>• wyznaczać sumę <math>n</math>-kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego;</li> <li>• rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;</li> <li>• rozwiązywać zadania z wykorzystaniem własności obu ciągów;</li> <li>• stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.</li> </ul>
6.	<b>Pola figur – 8 godzin:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pole figury;</li> <li>• pole trójkąta;</li> <li>• pole czworokąta;</li> <li>• pole koła, wycinek koła, długość okręgu, długość łuku okręgu.</li> </ul>	<b>Uczeń:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapozna się z pojęciem pola figury;</li> <li>• przypomni sobie wzory na pole trójkąta i pola czworokątów;</li> <li>• pozna nowe wzory na pole trójkąta;</li> <li>• przypomni sobie wzory na pole koła, wycinka koła, długość okręgu i długość łuku okręgu.</li> </ul>	<b>Uczeń potrafi:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;</li> <li>• obliczać pole koła, wycinka koła, długość okręgu i długość łuku okręgu;</li> <li>• rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich .</li> </ul>
7.	<b>Twierdzenie Talesa – 4 godziny:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.</li> </ul>	<b>Uczeń:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna twierdzenie Talesa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa oraz zastosowanie tych twierdzeń;</li> <li>• nauczy się stosować poznane twierdzenia do wyznaczenia własności miarowych figur na płaszczyźnie.</li> </ul>	<b>Uczeń potrafi:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa w zadaniach.</li> </ul>

### Klasa III

L.p.	Tematyka zajęć	Cele edukacyjne	Założone osiągnięcia ucznia
1.	<b>[Jednokładność] i podobieństwo – 6 godzin:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• [jednokładność];</li> <li>• podobieństwo;</li> <li>• cechy podobieństwa trójkątów;</li> <li>• pola figur podobnych.</li> </ul>	<b>Uczeń:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• [pozna pojęcie jednokładności i jej własności, nauczy się znajdować obraz figury w jednokładności o danym środku i skali];</li> <li>• pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;</li> <li>• pozna cechy podobieństwa trójkątów;</li> <li>• pozna związek między polami figur podobnych;</li> </ul>	<b>Uczeń potrafi:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• [znaleźć obraz figury w jednokładności];</li> <li>• stosować własności [jednokładności] podobieństwa w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>• stosować cechy podobieństwa w zadaniach geometrycznych.</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• będzie doskonalił umiejętność rozwiązywania zadań geometrycznych wykorzystując w nich własności podobieństwa figur.</li> </ul>	
2.	<b>Stereometria – 17 godzin:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• proste i płaszczyzny w przestrzeni;</li> <li>• kąt prostej z płaszczyzną; kąt dwuścienny;</li> <li>• graniastosłupy i ich siatki;</li> <li>• ostrosłupy i ich siatki;</li> <li>• wielościany foremne;</li> <li>• bryły obrotowe – walec, stożek, kula;</li> <li>• objętości brył i ich pola powierzchni – wzory;</li> <li>• obliczanie pól i objętości brył z zastosowaniem poznanej wiedzy.</li> </ul>	<b>Uczeń:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;</li> <li>• pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;</li> <li>• nauczy się wyznaczać kąt prostej z płaszczyzną;</li> <li>• pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego kąta dwuściennego;</li> <li>• przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;</li> <li>• przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;</li> <li>• przypomni sobie i uzupełni wiadomości o wielościanach foremnych;</li> <li>• przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych;</li> <li>• nauczy się obliczać pola i objętości brył.</li> </ul>	<b>Uczeń potrafi:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;</li> <li>• stosować w rozwiązywaniu zadań takie pojęcia jak kąt prostej z płaszczyzną, kąt dwuścienny;</li> <li>• podać własności figur przestrzennych takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;</li> <li>• rysować siatki figur przestrzennych;</li> <li>• wyznaczać pola i objętości brył obrotowych i wielościanów z zastosowaniem trygonometrii.</li> </ul>
3.	<b>Kombinatoryka – 10 godzin:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• permutacje;</li> <li>• wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń;</li> <li>• kombinacje.</li> </ul>	<b>Uczeń:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna pojęcie permutacji zbioru;</li> <li>• pozna pojęcia wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń;</li> <li>• pozna pojęcie kombinacji;</li> <li>• pozna wzory na liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji;</li> <li>• nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne.</li> </ul>	<b>Uczeń potrafi:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować wzory na liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji;</li> <li>• rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.</li> </ul>
4.	<b>Rachunek prawdopodobieństwa – 15 godzin:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• doświadczenia losowe; zdarzenia elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych; zdarzenie;</li> <li>• prawdopodobieństwo klasyczne;</li> <li>• rozwiązywanie zadań z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa;</li> </ul>	<b>Uczeń:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna takie pojęcia jak doświadczenie losowe, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie losowe;</li> <li>• nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;</li> </ul>	<b>Uczeń potrafi:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc;</li> <li>• wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;</li> <li>• obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie klasycznej definicji prawdopodobieństwa;</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa; własności prawdopodobieństwa;</li> <li>• rozwiązywanie zadań z zastosowaniem własności prawdopodobieństwa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna klasyczną definicję prawdopodobieństwa (twierdzenie Laplace'a);</li> <li>• nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa;</li> <li>• pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;</li> <li>• pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się stosować je w rozwiązywaniu zadań.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować własności prawdopodobieństwa w zadaniach;</li> <li>• obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą drzewa.</li> </ul>
5.	<p><b>Elementy statystyki opisowej</b> – 7 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja, odchylenie standardowe (liczone z próby).</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pozna takie pojęcia jak: średnia ważona, mediana, odchylenie standardowe i nauczy się je stosować w statystyce.</li> </ul>	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować w zadaniach takie pojęcia jak: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, odchylenie standardowe;</li> <li>• odczytywać i interpretować dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów;</li> <li>• przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;</li> <li>• przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;</li> <li>• porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi;</li> <li>• przetwarzać informacje.</li> </ul>

## VI. Procedury osiągnięcia celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów

Nikogo nie trzeba przekonywać, że rozwijanie umiejętności matematycznych wpływa na rozwój intelektualny człowieka. Matematyka uczy logicznego myślenia i wnioskowania. Na lekcjach matematyki uczeń nabywa umiejętności precyzyjnego wysławiania się, co pomaga mu w komunikowaniu się z innymi.

Edukację w liceum rozpoczynamy od elementów logiki matematycznej. Realizacja tej tematyki pozwoli na zrozumienie budowy twierdzenia matematycznego (założenie, teza) oraz umożliwi kształcenie umiejętności logicznego wnioskowania i dowodzenia twierdzeń. Wpłyne też na zrozumienie idei dowodu nie wprost. Umożliwi kształcenie precyzyjnego zapisu matematycznego.

Realizacja naszego programu w na podstawie przygotowanych przez nas podręczników i zbiorów zadań umożliwi rozwiązywanie ciekawych problemów zarówno z algebry, jak i z geometrii. Zadania tekstowe rozwiązywane na każdym etapie edukacji pozwolą na doskonalenie umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem i przetwarzania infor-

macji zawartych w tekście na język matematyki po to, by dany problem rozwiązać. Przykłady zaczerpnięte z życia codziennego pozwolą dostrzec uczniowi prawidłowości matematyczne w otaczającym go świecie i wpłyną na rozwijanie jego praktycznych umiejętności.

We współczesnym świecie niezbędna jest umiejętność posługiwania się różnymi tabelami, wykresami i diagramami. Kształtowanie tych umiejętności umożliwi realizacja naszego programu w każdym dziale matematyki, w szczególności przy omawianiu takiej tematyki jak zbiory, elementy statystyki, czy własności funkcji. Na lekcjach tych uczeń nabędzie umiejętność zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji. Opanuje umiejętność oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia.

Lekcje rachunku prawdopodobieństwa ułatwią uczniowi dokonanie wyboru strategii w przypadkach doświadczeń losowych (np. gry losowe).

Nie mniej ważne jest kształtowanie postaw młodego pokolenia. Te cele należy kształtować na każdej lekcji matematyki. Trzeba wymagać od uczniów samodzielności w rozwiązywaniu problemów, piętnować nieuczciwość wyrażającą się w podpowiadaniu czy tzw. ściąganiu. Każdy uczeń powinien czuć się odpowiedzialny za powierzone mu zadania.

Na lekcjach matematyki mamy doskonałe warunki do tego, by uczyć kultury dyskusji. Bardzo często uczniowie przedstawiają różne metody rozwiązania tego samego problemu, a naszym obowiązkiem jest wysłuchać wszystkich propozycji i wspólnie z zespołem podjąć decyzję, w jaki sposób dany problem ostatecznie rozwiązać. Zwracamy też uwagę na język matematyczny, precyzyjne formułowanie myśli, logiczną konstrukcję wypowiedzi. Kształcimy w ten sposób umiejętność komunikacji uczeń-nauczyciel, uczeń-uczeń.

## 1. Formy pracy

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych form pracy z uczniem. Ta różnorodność form ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot, ale również spowodować kształtowanie odpowiednich postaw. Dlatego też, obok tradycyjnych form takich jak: wykład, praca z podręcznikiem czy innymi źródłami informacji (encyklopedie, pozycje popularno-naukowe, internet itp.), proponujemy metody aktywizujące uczniów takie, jak praca w grupach. Praca w grupach uczy współpracy w zespole, organizacji miejsca pracy, właściwego podziału ról i odpowiedzialności za zespół. Sprzyja kształtowaniu umiejętności komunikowania się członków grupy.

Poniżej przedstawiamy różne formy pracy z uczniem i ich zalety, zachęcając nauczycieli do stosowania ich na lekcjach matematyki.

- a) prezentacja materiału przez nauczyciela (wykład) – dobre przygotowanie merytoryczne nauczyciela jest podstawą rzetelnego przekazania wiedzy uczniom;
- b) wykonywanie ćwiczeń i rozwiązywanie zadań (lekcje ćwiczeniowe) – wskazane jest, aby wśród ćwiczeń i zadań typowych pojawiły się też takie, które mają ciekawą, nietypową treść lub zaskakujące – dla uczniów – rozwiązanie; takiego rodzaju zadania i ćwiczenia w naturalny sposób pobudzają ciekawość i aktywność umysłową uczniów;

- c) praca uczniów z podręcznikiem – wdraża do samodzielnego uczenia się oraz kształtuje umiejętność rozumienia czytanego tekstu, analizowania i wnioskowania;
- d) praca z wykorzystaniem encyklopedii, słowników, czasopism popularnonaukowych, roczników statystycznych itp. – uczniowie przyzwyczajają się do zbierania informacji z różnych źródeł, analizowania ich i przetwarzania, a także uświadamiają sobie, jaką rolę pełni matematyka w otaczającej ich rzeczywistości;
- e) praca w grupach – może przybierać różne formy, np.:
  - 1) Każda z grup otrzymuje do rozwiązania problem (zadanie lub zadania); wszyscy członkowie grupy uczestniczą w rozwiązaniu problemu, dzieląc się własnymi spostrzeżeniami, umiejętnościami i wiedzą; przedstawiciel grupy prezentuje otrzymane rozwiązanie. Taka metoda pracy na lekcji powoduje, że uczniowie rozwijają umiejętność organizacji pracy, dzielą się rolami, dyskutują, komunikują się ze sobą, uczą się odpowiedzialności za całą grupę, poznają zasady partnerskiej współpracy.
  - 2) Metoda układanki „puzzle” – każdy członek grupy otrzymuje część informacji potrzebnej do wykonania zadania grupowego; poszczególni członkowie grupy są odpowiedzialni za przygotowanie swojej porcji informacji, przekazanie jej kolegom i przyswojenie informacji prezentowanych przez nich.
  - 3) Metoda „drzewa decyzyjnego” – nauczyciel określa problem będący przedmiotem analizy; następnie dzieli uczniów na grupy; uczniowie określają różne możliwości rozwiązania zadania, wpisują zalety i wady każdej z możliwości, oceniają je z punktu widzenia wartości i celów, podejmują grupową decyzję o sposobie rozwiązania problemu.
- f) wzajemne odpytywanie się – metoda ta pozwala na sprawne przyswojenie materiału, angażuje całą klasę; uczniowie kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań;
- g) samodzielne przygotowanie przez uczniów referatów przedstawiających wybrane zagadnienia matematyki; metoda ta pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i głębszego poznania matematyki, umożliwi uczniowi autoprezentację.

## 2. Metody kontroli i oceny

Kontrolowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Przedmiotem oceny nie może być relacja między wiedzą ucznia i nauczyciela, lecz postępek ucznia w procesie kształcenia. Głównymi obszarami oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji. Najłatwiej ocenić wiedzę, jaką posiada uczeń, trudniej pozostałe obszary. Aby móc to uczynić należy stosować aktywne metody nauczania. Tak ważną umiejętność jak komunikacja, która się wyraża w wypowiedaniu, argumentowaniu, najlepiej można ocenić podczas dyskusji, pracy w grupach czy autoprezentacji. Z kolei umiejętności społeczne ujawnia współpraca w mniejszych zespołach, prace projektowe oraz zadania indywidualne podejmowane przez pojedynczych uczniów. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie

w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę, a także umiejętność współpracy między uczniami. Ważne jest to, aby nauczyciel miał świadomość, że ocenianie nie służy tylko gromadzeniu ocen. Ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki, w porę wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, ale także zachęcać go do dalszej pracy i pokonywania trudności. Regularność oceniania zachęca uczniów do systematycznej pracy. Ważne jest, abyśmy dostrzegali nie tylko zaangażowanie uczniów podczas lekcji, ale także premiowali wszelkie prace domowe. System oceniania powinien być jasny i czytelny dla uczniów i ich rodziców. Aby wnikliwie ocenić edukacyjne osiągnięcia ucznia, należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania, takimi jak: sprawdziany pisemne (prace klasowe, testy, kartkówki), odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich zajęć, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itp.), praca w grupach, prace domowe oraz aktywność na zajęciach. Poszczególnym formom oceniania można nadać różną wagę. Ponieważ egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, więc dużą wagę należy przywiązywać do prac pisemnych. Proponujemy następujący system oceniania:

- prace klasowe oraz testy oceniane są w skali 1 – 6 wg skali procentowej
 

ocena: niedostateczny	0% – 45%
dopuszczający	46% – 59%
dostateczny	60% – 79%
dobry	80% – 91%
bardzo dobry	92% – 100%
celujący	ocena bardzo dobry + zadanie dodatkowe.

W szczególnych przypadkach (np. słaba klasa) można proponowaną skalę obniżyć do 40%, zmieniając odpowiednio przedziały procentowe.

- kartkówki: proponujemy, aby maksymalna liczba punktów, jaką może otrzymać uczeń, była wielokrotnością liczby 6, najlepiej 6 pkt. lub 12 pkt. Wówczas ocenę z kartkówki można obliczyć według wzoru:  $ocena = \frac{l_p}{k} - 1$ , gdzie  $l_p$  to liczba punktów uzyskanych przez ucznia,  $k = 1$  (dla kartkówki 6-punktowej) lub  $k = 2$  (dla kartkówki 12-punktowej).
- praca w grupach: tę formę pracy jest dość trudno ocenić. Zdarza się bowiem, że nie wszystkie osoby w grupie wkładają odpowiedni wysiłek w wykonanie zadania, niektóre w ogóle nie pracują, oczekując na wyniki pracy pozostałych. Osoby nieaktywne nie korzystają z lekcji. Jeśli praca w grupach ma charakter ćwiczeniowy (grupa otrzymuje jedno lub kilka zadań do rozwiązania), proponujemy następujący system ocenienia jej pracy: nauczyciel informuje grupy, że ocena ich pracy to średnia dwóch ocen – pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej. Każda grupa ma sekretarza, który na koniec zajęć przedstawia w formie pisemnej efekty pracy grupy, nauczyciel sprawdza i ocenia pracę pisemną. Następnie wybiera z każdej grupy jedną osobę, która na tablicy rozwiązuje zadanie wskazane przez nauczyciela. Odpowiedź ucznia podlega ocenie. Każdy członek danej grupy otrzymuje ocenę, która jest średnią ocen z pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej ucznia danej grupy. Taki system oceny pracy grupowej powoduje, że wszyscy członkowie grupy czują się współodpowiedzialni za powierzone zadanie. Chętnie pomagają sobie nawzajem,

wyjaśniają wątpliwości. Chcą, aby każdy uczeń z grupy był gotowy do prezentacji problemu.

### 3. Środki dydaktyczne

- a) wykonywanie siatek i modeli figur przestrzennych – rozwijana jest w ten sposób wyobraźnia przestrzenna uczniów;
- b) wykorzystanie telewizji edukacyjnej, filmów edukacyjnych, komputerów – jest elementem edukacji medialnej; daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych; zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału;
- c) analizowanie informacji z prasy, dotyczących np. danych giełdowych, kursu walut, zmian cen różnych towarów na rynku itp.;
- d) wykorzystanie środków mnemotechnicznych.

Osiąganie zamierzonych celów kształcenia może odbywać się również poprzez uczestnictwo uczniów w kołach matematycznych, kołach interdyscyplinarnych, a także w konkursach matematycznych i olimpiadzie matematycznej.